

LAS CAJITAS LIRO PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ADITIVOS

Una propuesta de trabajo con material didáctico concreto para el área de matemática en el nivel primaria bajo el enfoque de las Rutas de Aprendizaje



*Mag. Norma Lidia
Rosas Tavares*

PRÓLOGO

Con mucho agrado les presentamos esta propuesta para la resolución de problemas aditivos, contribución elaborada por la Magister Lily Rosas, con quien hemos tenido el gusto de trabajar esforzadamente en pro de la mejora de los aprendizajes de los niños del Callao.

En este libro sobre resolución de problemas aditivos, usted encontrará una ilustración sobre las **Cajitas LIRO**, propuesta didáctica que facilitará al docente y por ende al estudiante desarrollar la capacidad de resolución de problemas aritméticos de enunciados verbales-PAEV.

En las primeras páginas encontramos orientaciones didácticas para el trabajo con las **Cajitas LIRO**, basado en las estructuras de cada tipo de problema, empezando por los problemas de combinación y cambio, para luego continuar con las estructuras de los otros tipos de problemas: comparación e igualación, teniendo en cuenta los procesos que facilitan la resolución de situaciones problemáticas y las formas de representación del pensamiento del niño (vivencial, concreto, pictórico, gráfico y simbólico-abstracto) vistos como soporte necesario para la construcción de un aprendizaje matemático significativo a través del desarrollo de las cuatro capacidades propuestas en los fascículos de las Rutas de Aprendizaje (matematizar, representar y comunicar, usar estrategias y argumentar) lo cual conlleva finalmente a consolidar aprendizajes matemáticos para la vida.

Esta obra, presenta a su vez un instructivo de las **cajitas LIRO**, con ejemplos específicos para resolver problemas aditivos de una etapa, es decir, problemas aritméticos que pueden resolverse con una sola operación de adición o de sustracción, base para resolver problemas de segundo nivel. Encontraremos finalmente anexos para facilitar el trabajo vivencial de la resolución de problemas tipo PAEV.

Es sabido que para resolver un problema hay que desencadenar una serie de estrategias que permitan crear una representación del mismo; en este proceso interactúan distintos tipos de conocimientos lingüísticos y matemáticos. En este sentido, muchas de las dificultades que presentan los estudiantes en la resolución de problemas pueden deberse precisamente al poco entendimiento de los enunciados y es allí donde nosotros recomendamos la aplicación de esta innovadora estrategia de las **Cajitas LIRO**, que contribuyen eficazmente para comprender y resolver con un pertinente soporte concreto y gráfico los diversos tipos de problemas PAEV.

Es así que dejamos en sus manos un material que hemos tenido la oportunidad de ir viendo evolucionar, mejorarse y validarse en el trabajo directo con los niños y las maestras de nuestro querido puerto del Callao. Sabemos que será de mucha utilidad para ustedes docentes, utilidad que redundará en beneficio de la mejora del aprendizaje de sus estudiantes.

RENATO CAJAHUAMAN BRAVO

INDICE DE CONTENIDO

PROLOGO	2
INDICE DE CONTENIDO	3
PRESENTACION	4
ORIENTACIONES DIDACTICAS	7
¿QUÉ SON LOS PAEV?	9
INSTRUCTIVO	14
CAJITA PARA PROBLEMAS DE COMBINACION	16
CAJITA PARA PROBLEMAS DE COMPARACION E IGUALACION	18
CAJITA PARA PROBLEMAS DE CAMBIO	21
FICHAS FOTOCOPIABLES	28
FICHAS AUTOINSTRUCTIVAS PARA PROBLEMAS DE CAMBIO	31

Unas cajitas que nos solucionan muchos problemas



Uno de los desafíos más grandes que tenemos los docentes es lograr que los niños comprendan el enunciado de un problema matemático e identifiquen lo que éste le pide averiguar. El matemático húngaro George Polya es uno de los estudiosos que más aportó a la teoría de resolución de problemas. Polya generalizó su método en los siguientes cuatro pasos: *entender el problema, configurar un plan, ejecutar el plan y probar el resultado*.

En los últimos años, en el afán de lograr el desarrollo de la capacidad resolutora en nuestros estudiantes, hemos seguido y difundido entre las maestras de nuestras escuelas esta ruta, sin embargo, fuimos descubriendo que podíamos contribuir a mejorar la capacidad de resolución de problemas de los estudiantes introduciendo una estrategia que atendiera a la exigencia que nos plantean los mismos niños con los que trabajamos, niños del nivel primaria de la EBR, quienes se encuentran en pleno estadio de operaciones concretas, y son guiados por un pensamiento concreto, que exige vivenciar experiencias manipulativas como requisito para fijar aprendizajes. Sabemos además que un niño resolutor que se enfrenta a una situación problemática, necesariamente tiene que ser conducido por determinados los procesos didácticos, los mismos que deben estar íntimamente vinculados a procesos cognitivos que se generan precisamente a partir de la vivenciación de los primeros.

Es así que cierta mañana, trabajando una sesión de problemas de combinación e intentando que los niños diseñaran sus propias estrategias, fuimos descubriendo que funcionaba mejor cuando ellos identificaban la lógica y la estructura o modelo matemático apropiado para el

problema que querían resolver. Fue entonces como en un aula de segundo grado nace la primera cajita que serviría para ayudar a los niños a resolver situaciones de juntar y separar (combinaciones) basadas en la noción de clasificación (clases y sub-clases). Decidimos probar la experiencia y nos animamos a elaborar juntamente con los padres de familia las cajitas para problemas de situaciones de combinación para cada uno de los niños en base a material reciclado (cajitas de cartón forradas con papel de regalo). La facilidad con la que los niños comprendían y resolvían este tipo de problemas utilizando esta cajita acompañada de material estructurado y no estructurado nos dejó admirados. Los niños nos estaban demostrando cuánto les servía y ayudaba el reconocimiento del modelo matemático del problema y trabajar con este modelo plasmado en soporte concreto y también como soporte gráfico en papelote. El modelo original sufrió una modificación para facilitar el enlace con la representación simbólica (los espacios fueron invertidos para facilitar la construcción del algoritmo del problema de combinación 2). Ante tales evidencias, nos propusimos diseñar y concretar el modelo matemático para cada uno de los otros tipos de problemas aditivos (comparación, igualación y cambio).

La segunda cajita que vio la luz fue la cajita para problemas de comparación e igualación (que comparten la misma estructura) y que ya estábamos trabajando en base a gráficos de barras y barras comparadoras (ver anexo). Esta cajita sufrió algunas variaciones hasta llegar a su diseño final. Estas variantes se dieron en función a la validación que se hacía directamente en el trabajo de los mismos niños en las aulas durante la resolución de problemas de este tipo. La última inclusión en este diseño y que constituye un accesorio elemental en el modelo es la barrita removible que sirve para separar la igualdad de la diferencia que se evidencia durante la resolución de un problema de comparación o igualación. A la vez que se definía la estructura de la cajita íbamos diseñando los esquemas o estructuras en papelotes plastificados, que nos servían como apoyo de la representación gráfica en el proceso de resolución de los PAEV.

Finalmente, y después de probar de varias maneras, definimos un modelo matemático para los problemas de cambio (a decir verdad, fue la que más tardó y más nos hizo pensar). Esta cajita recién se pudo validar al año siguiente pues los niños habían salido de vacaciones. Los resultados del trabajo con esta cajita y su respectiva estructura laminada para apoyo de la representación gráfica han sido muy satisfactorios, han facilitado a los niños la comprensión y la resolución de los problemas de transformación en sus seis tipos. Encontramos como lo más valioso y resaltante el que ellos mismos siempre hallen sus propios caminos y diversas formas de resolución para un mismo problema utilizando este material didáctico en su soporte concreto.

A solicitud de los docentes que se han ido familiarizando con nuestro material y sus estrategias asociadas hemos elaborado un instructivo con orientaciones metodológicas y de uso que incluyen las fichas individuales para los alumnos; con ello hemos querido completar esta propuesta.

Esta experiencia, que tiene sus orígenes en una escuela salesiana del Callao y que se ha seguido perfeccionando a través de nuestra tarea de acompañamiento pedagógico a docentes de III ciclo, se continúa validando en las aulas del nivel primaria de las escuelas públicas y privadas de Lima, extendiéndose cada vez más gracias a testimonios y recomendaciones de muchos docentes que comprueban cómo el uso estos modelos matemáticos durante el proceso de comprensión y de representación especialmente, contribuyen en el desarrollo de capacidades matemáticas y facilitan la resolución de problemas aditivos a los niños. Ojalá esta propuesta de las **cajitas LIRO** que a nosotros “nos solucionaron muchos problemas”, sirvan a otros colegas y sobre todo contribuyan a mejorar los aprendizajes de nuestros niños, por quienes estamos dispuestos siempre a probar nuevos y diferentes caminos y estrategias ¡Eso es inherente a nuestra vocación!

Orientaciones Metodológicas para el trabajo con las Cajitas LIRO

En la ruta de resolución de problemas matemáticos, se debe transitar por determinados niveles de representación ya mencionados anteriormente, siendo indispensable la utilización de un soporte concreto (a través del uso de material estructurado o no estructurado), un soporte gráfico (mejor aun cuando se sostiene en el referente de un modelo matemático basado en la estructura del problema) y un enlace con el nivel simbólico (empleo de algoritmos).

Se ha constatado que una de las mayores debilidades en la didáctica de muchos docentes respecto a la enseñanza de problemas matemáticos es que no se respetan los procesos didácticos del área de matemática; hay problemas a nivel de la Representación: generalmente se inicia la resolución de un problema trabajando directamente la parte algorítmica (nivel simbólico) y en el mejor de los casos, se inicia con el nivel gráfico. Para lograr aprendizajes matemáticos en niños que se ubican en la etapa de operaciones concretas, (tomando como referente los principios piagetanos), es absolutamente necesario partir del plano concreto; por lo tanto, vanos serán los esfuerzos de un docente por lograr aprendizajes matemáticos si no empieza trabajando estrategias con material didáctico concreto.

La presente propuesta plantea justamente el respeto a esta ruta lógica toda vez que presenta la alternativa de trabajo con material concreto utilizando las cajitas LIRO para los cuatros tipos de problemas aditivos de enunciado verbal para luego pasar al nivel gráfico mediante el empleo de las estructuras respectivas enlazándose automáticamente con el nivel simbólico al construir el algoritmo que se desprende de la resolución de cada enunciado o situación problemática trabajada antes con material concreto.

El trabajo con las cajitas se encuadra dentro del proceso de representación, y viene a complementar los demás procesos didácticos como son:

- ✓ La comprensión del problema: cuando el niño relaciona los datos y reconoce el modelo matemático.
- ✓ El diseño o búsqueda de estrategias: al determinar cuál es la estructura o modelo que le sirve para resolver el problema según lo que le pide el enunciado).

- La representación: es precisamente aquí donde se hace uso de las cajitas y las láminas respectivas. El tránsito por los niveles de representación ha de seguir estos momentos en forma ordenada y no negociable:
 - **Trabajo con soporte concreto**: Trabajar relacionando los datos en la cajita que corresponde utilizando material no estructurado (semillas, figuras, tapas, etc.) o estructurado (base 10 o multibase, regletas, monedas de papel, etc.). También se puede apoyar este nivel presentando el modelo en lámina y orientar a los niños a recrear con figuras lo que trabajó en concreto.
 - **Trabajo con soporte gráfico**¹: El niño debe dibujar libremente lo que ha trabajado con material concreto. También se puede utilizar la lámina del modelo (papelote plastificado) donde el niño dibujará lo que hizo en la cajita.
 - **Trabajo a nivel simbólico**: La lámina también ayuda a transitar desde lo gráfico a lo simbólico: lo procesado a nivel concreto con fichas, chapas, etc. y que se representó gráficamente en la lámina ahora será representado en la misma lámina con numerales, esto da origen a un algoritmo u operación matemática asociada a lo se manipuló.
- ✓ La formalización: ya que las estructuras o modelos les permiten identificar las diferentes situaciones aditivas (juntar, separar, agregar, quitar, comparar e igualar).
- ✓ La reflexión: a través de ejercicios de revisión de los procesos ejecutados en el soporte concreto, gráfico o simbólico
- ✓ La transferencia: cuando reconoce otros problemas similares y determina rápidamente el modelo a usar.

La presentación de los modelos para cada tipo de problema ha de hacerse paulatinamente (tal como se recomienda en el fascículo de Rutas del Aprendizaje de Matemática para el III ciclo), empezando por los problemas de combinación 1 y cambio 1 y 2 en el primer grado. Una vez que los niños ya reconocen el modelo matemático de estos tipos de problemas, continuaremos presentando el modelo para comparación e igualación, que es compartido.

Este libro incluye un instructivo de uso de las cajitas, una propuesta para trabajar problemas de cambio orientado al trabajo de los niveles gráfico y simbólico y unas fichas fotocopiables con los modelos para el caso en que no se cuente con las cajitas como soporte concreto.

PAEV PROBLEMAS ARITMÉTICOS DE ENUNCIADO VERBAL

Los PAEV de una etapa se clasifican en aditivos y multiplicativos. Respecto a las situaciones aditivas, existe una gran variedad de situaciones problemáticas, su clasificación depende de la naturaleza de las cantidades a utilizar, si estas crecen o decrecen o si preguntamos por la cantidad final, por la cantidad resultante de la transformación o por la cantidad inicial, depende de si lo que buscamos es la diferencia o una cantidad comparada con un referente o el todo o alguna de sus partes. De acuerdo a J. Luis Luceño Campos encontramos la siguiente clasificación:

- Problemas de combinación
- Problemas de cambio
- Problemas de igualación
- Problemas de comparación

Veamos cada uno de estos tipos:

1. PROBLEMAS DE COMBINACIÓN

Son problemas verbales en los que se describe una relación entre los conjuntos que son partes de un todo. La pregunta del problema puede hacer referencia acerca del todo o acerca de alguna de las partes.

Ejemplos

COMBINACIÓN 1	<div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-bottom: 5px;"> parte parte todo </div> <p style="margin: 0;">Hay 10 hombres. Hay 15 mujeres. ¿Cuántas personas hay?</p>
COMBINACIÓN 2	<div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-bottom: 5px;"> todo parte parte </div> <p style="margin: 0;">Hay 25 personas, de las cuales 10 son hombres. ¿Cuántas mujeres hay?</p>

La estructura de los problemas aritméticos verbales de combinación se muestra a continuación:

	Parte	Parte	Todo
COMBINACIÓN 1	Dato	Dato	Incógnita
COMBINACIÓN 2	Dato	Incógnita	Dato

2. PROBLEMAS DE CAMBIO (TRANSFORMACIÓN)

Son problemas verbales en los que las relaciones lógicas siguen una secuencia temporal de sucesos. Hay una situación inicial, un cambio o transformación que se da en el tiempo, y una situación final. En el problema se presentan tres cantidades: la inicial, la final y el cambio. La variación puede darse aumentando la cantidad o disminuyéndola. Considerando estas variables tendremos seis tipos de problemas de cambio. A continuación un ejemplo por cada tipo de problema aritmético verbal de cambio:

CAMBIO 1	<p style="text-align: center;">Inicio Cambio Final</p> <p>————— ————— —————</p> <p>Fátima tenía S/.12. Le dan S/. 6. ¿Cuántos nuevos soles tiene ahora?</p>
CAMBIO 2	<p style="text-align: center;">Inicio Cambio Final</p> <p>————— ————— —————</p> <p>Pierina tiene S/.18 . Regala S/.6. ¿Cuántos nuevos soles le quedan?</p>
CAMBIO 3	<p style="text-align: center;">Inicio Cambio Final</p> <p>————— ————— —————</p> <p>Fátima tenía S/.12. Pierina le dio algunos nuevos soles. Ahora Fátima tiene S/. 18. ¿Cuántos nuevos soles le dio Pierina?</p>
CAMBIO 4	<p style="text-align: center;">Inicio Cambio Final</p> <p>————— ————— —————</p> <p>Fátima tenía S/.18. Le dio algunos soles a Pierina. Ahora tiene S/.12. ¿Cuántos nuevos soles le dio a Pierina?</p>
CAMBIO 5	<p style="text-align: center;">Inicio Cambio Final</p> <p>————— ————— —————</p> <p>Fátima tenía algunos soles. Pierina le dio S/.6. Ahora tiene S/.18. ¿Cuántos nuevos soles tenía Fátima?</p>
CAMBIO 6	<p style="text-align: center;">Inicio Cambio Final</p> <p>————— ————— —————</p> <p>Fátima tenía algunos nuevos soles. Le dio S/.6 a Pierina. Ahora tiene S/.12. ¿Cuántos nuevos soles tenía Fátima?</p>

La estructura de los problemas aritméticos verbales de cambio se muestra a continuación:

	Cantidad inicial	Cantidad de cambio	Cantidad final	Crecer	Decrecer
CAMBIO 1	Dato	Dato	Incógnita	*	
CAMBIO 2	Dato	Dato	Incógnita		*
CAMBIO 3	Dato	Incógnita	Dato	*	

CAMBIO 4	Dato	Incógnita	Dato		*
CAMBIO 5	Incógnita	Dato	Dato	*	
CAMBIO 6	Incógnita	Dato	Dato		*

4. PROBLEMAS DE COMPARACIÓN

Son problemas verbales que presentan una relación de comparación entre dos cantidades. Se presenta una cantidad que sirve de referencia (con la que quiere comparar), una cantidad con la que se compara y una diferencia entre estas cantidades. Ejemplos de problemas de comparación:

COMPARACIÓN 1	<p>Referencia: Doly tiene 8 caramelos.</p> <p>Comparada: Velvet tiene 13 caramelos.</p> <p>Diferencia: ¿Cuántos caramelos más que Dolly tiene Velvet?</p>
COMPARACIÓN 2	<p>Referencia: Carlos tiene 15 figuritas.</p> <p>Comparada: Lucho tiene 7 figuritas.</p> <p>Diferencia: ¿Cuántas figuritas menos que Carlos tiene Lucho?</p>
COMPARACIÓN 3	<p>Referencia: Ivana tiene 12 años.</p> <p>Diferencia: Mía tiene 3 años más que Ivana.</p> <p>Comparada: ¿Cuántos años tiene Mía?</p>
COMPARACIÓN 4	<p>Referencia: Piero tiene 5 panes.</p> <p>Diferencia: Giovanni tiene 2 panes menos que Piero.</p> <p>Comparada: ¿Cuántos panes tiene Giovanni?</p>
COMPARACIÓN 5	<p>Comparada: Percy tiene 28 soles.</p> <p>Diferencia: Tiene 6 soles más que Nidia.</p> <p>Referencia: ¿Cuántos soles tiene Nidia?</p>
COMPARACIÓN 6	<p>Comparada: Yola tiene 2 hermanos.</p> <p>Diferencia: Ella tiene 4 hermanos menos que Norma.</p> <p>Referencia: ¿Cuántos hermanos tiene Norma?</p>

La estructura de los problemas aritméticos verbales de comparación se muestra a continuación:

	Referencia	Comparada	diferencia	Más	Menos
COMPARACIÓN 1	Dato	Dato	Incógnita	*	
COMPARACIÓN 2	Dato	Dato	Incógnita		*
COMPARACIÓN 3	Dato	Incógnita	Dato	*	
COMPARACIÓN 4	Dato	Incógnita	Dato		*
COMPARACIÓN 5	Incógnita	Dato	Dato	*	
COMPARACIÓN 6	Incógnita	Dato	Dato		*

3. PROBLEMAS DE IGUALACION

Son problemas verbales en los que hay que realizar una comparación para igualar dos cantidades. Se presenta una situación que sirve de referencia (a la que se quiere igualar), la cantidad comparada y la diferencia (que es la cantidad que igualaría ambas cantidades).

Ejemplos de problemas de igualación:

IGUALACIÓN 1	<p>Referencia Comparada Diferencia</p> <p>Robert tiene S/.30. Tito tiene S/.23. ¿Cuántos nuevos soles tiene que ganar Tito para tener tanto como José?</p>
IGUALACIÓN 2	<p>Referencia Comparada Diferencia</p> <p>Hugo pesa 50 kilogramos. Edwin pesa 62 kilogramos. ¿Cuántos kilogramos tiene que perder Edwin para pesar tanto como Hugo?</p>
IGUALACIÓN 3	<p>Referencia Diferencia</p> <p>Percy tiene 15 bolitas. Si Piero gana 6 bolitas, tendrá tantas bolitas como Percy. ¿Cuántas bolitas tiene Piero?</p> <p>Comparada</p>
IGUALACIÓN 4	<p>Referencia Diferencia</p> <p>Paula tiene S/.21. Si Walter pierde S/.5, tendrá tantos soles como Paula. ¿Cuántos nuevos soles tiene Walter?</p> <p>Comparada</p>

IGUALACIÓN 5	<div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-bottom: 5px;"> Comparada Diferencia </div> <div style="text-align: center; margin-bottom: 5px;"> </div> <p style="text-align: center; margin-bottom: 5px;">Barri tiene S/.30. Si Barri gana S/.8, tendrá tantos soles como Pedro. ¿Cuántos nuevos soles tiene Pedro?</p> <div style="text-align: center;"> <p style="margin-top: 5px;">Referencia</p> </div>
IGUALACIÓN 6	<div style="display: flex; justify-content: space-around; margin-bottom: 5px;"> Comparada Diferencia </div> <div style="text-align: center; margin-bottom: 5px;"> </div> <p style="text-align: center; margin-bottom: 5px;">Alan tiene S/.18. Si Alan pierde S/.11, tendrá tantos soles como Lily. ¿Cuántos nuevos soles tiene Lily?</p> <div style="text-align: center;"> <p style="margin-top: 5px;">Referencia</p> </div>

La estructura de los problemas aritméticos verbales de igualación se muestra a continuación:

	Referencia	Comparada	Diferencia	Más	Menos
IGUALACIÓN 1	Dato	Dato	Incógnita	*	
IGUALACIÓN 2	Dato	Dato	Incógnita		*
IGUALACIÓN 3	Dato	Incógnita	Dato	*	
IGUALACIÓN 4	Dato	Incógnita	Dato		*
IGUALACIÓN 5	Incógnita	Dato	Dato	*	
IGUALACIÓN 6	Incógnita	Dato	Dato		*

Tomado del Ministerio de Educación del Perú. 2010.

CAJITAS "LIRO"
PARA LA
RESOLUCION
DE
PROBLEMAS
ADITIVOS

INSTRUCTIVO

CAJITAS LIRO PARA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

ADITIVOS

CAPACIDADES A DESARROLLAR:

- Matematiza situaciones.
- Comunica y Representa ideas matemáticas.
- Elabora y usa estrategias.
- Razona y Argumenta generando ideas matemáticas

DESCRIPCIÓN:

- 01 Caja didáctica rotulada con carteles identificadores de datos para problemas de combinación.
- 01 Caja didáctica rotulada con carteles identificadores de datos para problemas de cambio o transformación.
- 01 Caja didáctica rotulada con carteles identificadores de datos para problemas de comparación e igualación.
- 01 Cajita complementaria a la caja de comparación para ubicar la igualación de cantidades
- Ficha Técnica
- "X" de corospún (señalador de incógnita)

¿QUÉ APRENDERÁN LOS ESTUDIANTES?

- A resolver con autonomía y confianza los cuatro tipos de problemas aditivos (combinación, comparación, igualación y cambio o transformación) con resultados de hasta tres cifras.
- A canjear unidades, decenas y centenas con material estructurado.
- A formular problemas a partir de situaciones cotidianas y de sus conocimientos previos.

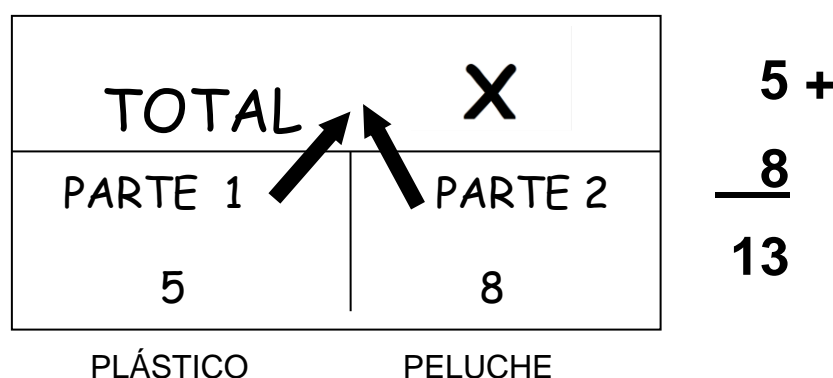
¿QUÉ MATERIALES VAMOS A UTILIZAR?

- Cajitas Liro para la resolución de problemas
- Fichas, Cuentas, regletas o Material Base 10
- Fichas Fotocopiables para los alumnos

CAJITA LIRO DE COMBINACIONES



Esta cajita se utiliza para resolver problemas de combinación en las que tenemos que juntar PARTE + PARTE para obtener un total. Ejemplo: Fátima tiene 5 muñecas de plástico y 8 de peluche. ¿Cuántas muñecas tiene en total?



También nos ayuda a resolver los problemas en los que se proporcionan el total (todo) y una de las partes. Ejemplo: Fátima tiene 13 muñecas, 5 muñecas son de plástico y el resto son de peluche. ¿Cuántas muñecas son de peluche?

Juntamente con los niños, subrayamos e identificamos los datos, claramente debe identificarse que existe un total que está conformado por dos partes de las cuales sólo se nos proporciona una. Es un buen momento para explicar a los niños que **combinando** ambas partes, obtendremos el total completo, por eso a este tipo de problemas les llamamos **problemas de combinación**.

En la cajita los niños colocan las fichas que corresponden al total y de ellas pasan las que corresponden a la 1º parte (que serían las de plástico). Hacer notar que lo que queda, corresponde a la 2º parte. Los niños graficarán lo que trabajaron y paralelamente pueden ir construyendo la sustracción para enlazar la manipulación del material concreto. Posteriormente, en la estructura del problema de combinación graficada en papelote (puede ser en el cuaderno)

harán la representación gráfica de lo realizado con su respectiva algoritmización (nivel simbólico) apoyados en el dibujo que hicieron.

TOTAL 13	
PARTE 1 5	X

PLÁSTICO
PELUCHE

$$\begin{array}{r} 13- \\ \underline{5} \\ 8 \end{array}$$

DESDE LA REPRESENTACIÓN CONCRETA

TOTAL = 13	
PARTE 1=5	X
PLÁSTICO	PELUCHE

A LA REPRESENTACIÓN SIMBÓLICA

$$\begin{array}{r} 13- \\ \underline{5} \\ 8 \end{array}$$



Trabajando un problema de combinación en la cajita LIRO (nivel concreto)



Trabajando con material no estructurado en el soporte gráfico de la estructura de un problema de combinación. Aquí el niño también puede dibujar (nivel gráfico).

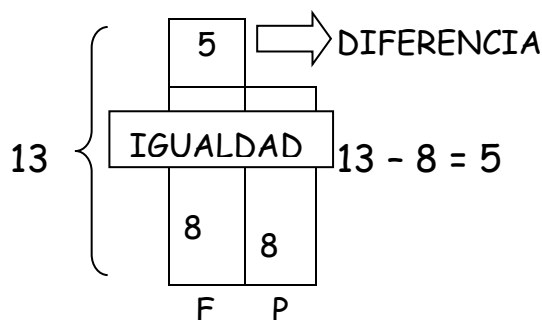
CAJITA LIRO DE COMPARACIONES E IGUALACIONES



El punto de partida para trabajar los problemas de comparación e igualación es la comprensión e identificación de lo que se nos pide averiguar; esto lo lograremos a través de una detenida lectura del enunciado del problema (texto interrogativo) de tal manera que permita a los niños identificar los datos y entender que la pregunta nos pide comparar dichos datos y encontrar la **diferencia** entre ellos. Paso seguido, asignaremos una representación a cada una de estas cantidades estableciendo entre ellas una relación “mayor que” – “menor que”.

Pasaremos entonces a trabajar con la cajita de comparación colocando primero la cantidad menor en el lado respectivo, luego empezamos a colocar la cantidad mayor, pero, al momento de igualar las cantidades, marcamos la igualdad con la tablita separadora y el resto lo colocamos arriba, en el casillero marcado como “**diferencia**”, haciendo notar que lo colocado allí representa cuánto más tiene el mayor sobre el menor o cuánto menos tiene el menor frente al mayor (según sea el caso). Ejemplo:

Fátima tiene 13 muñecas y Pierina tiene 8. ¿Cuántas muñecas más que Pierina tiene Fátima?

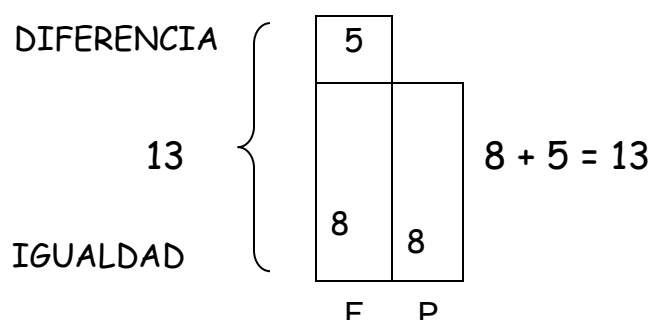


¿En este caso, cómo asociamos el nivel concreto con el simbólico?

- Una forma sencilla es haciendo notar que si lo que nos piden es la **diferencia**, la única operación que nos da la diferencia es la resta, por lo tanto, cada vez que nos pidan comparar y encontrar la diferencia entre dos datos debemos restar. *Es importante remarcar desde los primeros contactos con la sustracción que el resultado es la “diferencia”; eso ayudará a los niños a asociar rápidamente la palabra diferencia con la sustracción.
- Otra manera es hacer ver que si al número mayor **le quitamos** la “**igualdad**” (señalada en la caja), nos quedamos con la **diferencia**. La acción de “quitar” nos da la idea de sustraer (es decir, restar).

Del mismo modo podemos proceder en el caso se nos pregunte “¿Cuántas muñecas menos que Fátima tiene Pierina? (Comparación 2). Fácilmente hallaremos la diferencia.

Veamos el siguiente problema “Pierina tiene 8 muñecas, Fátima tiene 5 muñecas más que Pierina. ¿Cuántas muñecas tiene Fátima? (Comparación 3) Usando la cajita tenemos:

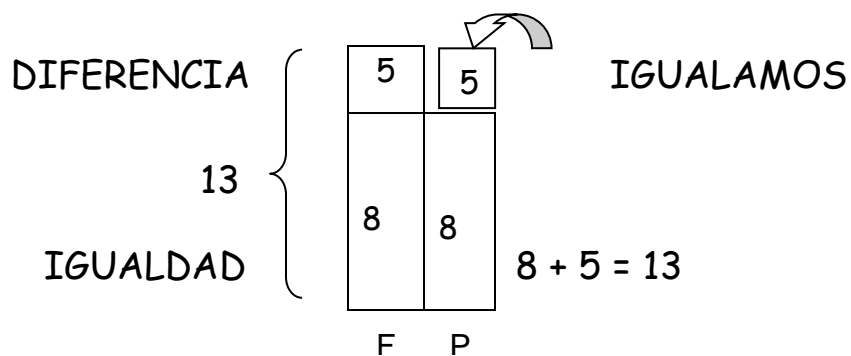


Primero hemos colocado las muñecas de Pierina en su casillero (empezar por la cantidad menor), luego las muñecas de Fátima incidiendo en que ella tiene 5 más (diferencia) además de las que tiene Pierina (igualdad). Finalmente, sumamos.

PARA PROBLEMAS DE IGUALACIÓN

Son problemas en los que se nos pide averiguar cuánto le hace falta a uno para igualar lo que tiene el otro. En ese caso, lo primero que debemos hallar es la diferencia y luego utilizando la cajita de igualación (anexa a la caja de comparación), igualamos con la diferencia hallada. Ej.:

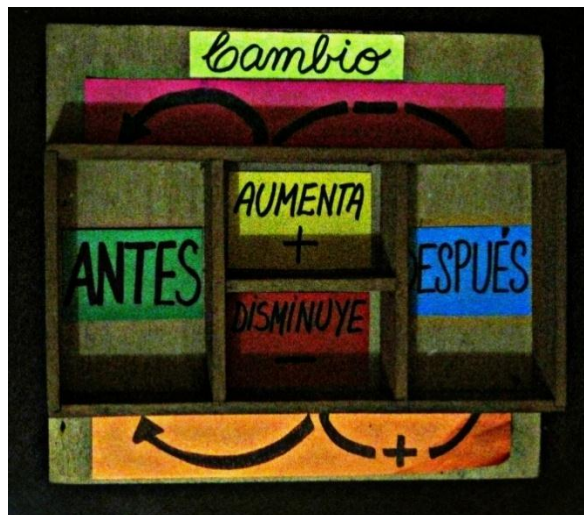
Fátima tiene 13 muñecas y Pierina tiene 8. ¿Cuántas muñecas tenemos que darle a Pierina para que tenga tantas como Fátima?



Niños trabajando el plano concreto y gráfico de los problemas de comparación e igualación.



CAJITA LIRO DE PROBLEMAS DE CAMBIO



En este caso diremos a los niños que se trata de problemas en los que habiendo una cantidad inicial, esta se transforma o cambia porque hay un aumento o una disminución de elementos, lo que da como resultado una nueva cantidad (final o después). Es importante que ellos aprendan a identificar estos datos (inicio, cambio, final). Se recomienda hacer algunos ejercicios de reconocimiento mediante la lectura de algunos problemas de cambio donde se irán reconociendo, identificando y subrayando los datos. Podemos también señalar cierta similitud con la estructura de un texto narrativo.

Luego presentaremos la cajita para trabajar problemas de cambio y el siguiente problema: (Cambio 1)

Fátima tenía 8 muñecas y Pierina le dio 5 muñecas más. ¿Cuántas muñecas

Inicio



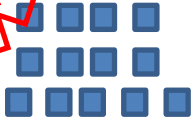
Cambio (+)

tiene ahora?

X



Los niños colocan las 8 fichas en el casillero del inicio y luego de identificar el dato del cambio (en aumento), colocan 5 fichas más en donde dice aumenta. Finalmente, les preguntamos ¿cuál será la cantidad final? ¿Dónde la colocaremos?... El niño trasladará todas las fichas al final, con lo que habrá solucionado el problema.

INICIO	CAMBIO	FINAL
	AUMENTA (+) 	X
	DISMINUYE (-)	
INICIO	CAMBIO	FINAL
	AUMENTA (+)	
	DISMINUYE (-)	

Conviene usar una "X" (de corospun o cartón) que represente la incognita y le preguntaremos dónde colocarla, de tal modo que el niño identifique el dato que debe averiguar, aquello que debe descubrir.

Identificando los datos y colocándolos en la caja o en el esquema, podemos también construir una ecuación simple:

$$8 + 5 = X$$

$$8 + 5 = 13$$



Debemos empezar presentando los problemas de cambio básicos, en los que tenemos como datos la cantidad inicial y la cantidad del cambio (como el ejemplo anterior) estando la incógnita en el final (cambio 1 y 2). Los niños fácilmente ubicarán la solución (adiciones o sustracciones simples).

Pasaremos luego a los problemas de cambio 3 y 4, diremos a los niños que a veces la incógnita puede estar en la parte central, (cambio), ya sea aumentando o disminuyendo la cantidad inicial. Lo trabajamos así:

Fátima tenía 8 muñecas, le regalaron algunas, ahora tiene 13. ¿Cuántas

Inicio

X




Después

muñecas le regalaron? (cambio 3)

Podemos aplicar el método del cangrejo (vamos de atrás hacia adelante):

Colocamos primero la cantidad del final y digo: “Al final Fátima tiene 13 muñecas, pero de estas 13, 8 son las que tenía al inicio, entonces las voy a regresar al inicio. Luego de retirar las 8 del inicio le quedan 5 y pregunto: ¿estas 5 a qué corresponden? Estas son las que le regalaron, por lo tanto las coloco en el casillero “aumenta”, entonces, ya descubrí cuántas son las que aumentaron, con lo cual queda despejada la “X”.

Debo llegar a la conclusión de que lo que hice es **RESTARLE** los 8 del inicio a los 13 del final, es decir, convierto todo este razonamiento en $13 - 8 = 5$. Es importante lograr este enlace entre el trabajo con material didáctico concreto (representación) con el procedimiento algorítmico (expresión simbólica).

INICIO	CAMBIO	FINAL
(8)	AUMENTA (+) X	
	DISMINUYE(-)	
INICIO	CAMBIO	FINAL
	AUMENTA (+)  DISMINUYE(-)	

➤ Resolviendo como ecuación tenemos: $8 + X = 13$
 $X = 13 - 8$
 $X = 5$

Finalmente, para resolver problemas de cambio 3 tenemos esta fórmula:

$$\text{CAMBIO 3} \Rightarrow \text{Final - Inicio}$$

Ahora veamos cómo resolvemos un problema de cambio 4:

Pierina tenía 13 muñecas, regaló algunas y ahora le quedan 8. ¿Cuántas muñecas regaló?

Inicio **X** **Después**

Identifico los datos y colocamos las fichas en la caja y la incógnita en el casillero disminuye:

INICIO	CAMBIO	FINAL
13	AUMENTA (+)	8
	DISMINUYE(-) X	

En este caso empezamos colocando los 13 en el inicio y decimos: al inicio tenía 13, pero ahora de los 13 solo le quedan 8 (pasamos 8 al final y quedarían 5 en el inicio). Preguntamos: ¿Estos 5 a qué corresponden? Estas son las que regaló. Los niños dibujan lo que han manipulado y para construir la operación preguntamos, ¿Cómo podemos expresar lo que hicimos en una operación? ¿Con cuánto empezamos? (13) ¿qué hicimos? (quitamos 8), entonces

$$13 - 8 = 5$$

$$\text{CAMBIO 4} \Rightarrow \text{Inicio - Final}$$

Pero luego debemos pasar a problemas en los que la incógnita está en el inicio. Ejemplo de problema de cambio 5

Pierina tenía algunas muñecas, le regalaron 5 ahora tiene 13. ¿Cuántas muñecas tenía al inicio?

X **Cambio (+)** **Después**

Veamos cómo presentarlo en la cajita:

INICIO	CAMBIO	FINAL
X	AUMENTA (+) 5	13
	DISMINUYE (-)	

Se puede resolver por reversibilidad o método del cangrejo.

Parto del final (son 13) y digo: “de estos 13, 5 son los que aumentaron (paso 5 al cambio +), entonces me quedan 8, estos 8 son los que habían al inicio” y esos 8 los coloco en el casillero inicio reemplazando la X (vamos haciendo esto con los niños, contando con ellos). Incidimos en el procedimiento que hemos empleado: “le quitamos los 5, es decir, restamos 5”, entonces escribimos la resta, afianzando la idea de cómo llegar a descubrir la incógnita, es decir, restando lo aumentado a la cantidad final. Descubrimos así la expresión simbólica.

$$13 - 5 = 8$$

- Ahora, esta ubicación en el nivel concreto, luego de ser graficada, podemos trasladarla a nivel simbólico convirtiéndolo en una ecuación:

$$\begin{aligned} X + 5 &= 13 \\ X &= 13 - 5 \\ X &= 8 \end{aligned}$$

CAMBIO 5 \Rightarrow Final - Cambio

Del mismo modo para el caso de un problema de cambio 6:

Fátima tenía algunas muñecas, regaló 8 ahora tiene 13. ¿Cuántas muñecas tenía al inicio?

X **Cambio (+) Después**

INICIO	CAMBIO	FINAL
X	AUMENTA (+)	5
	DISMINUYE (-) 8	



Puedo utilizar el “Método del Cangrejo”: Ahora tiene 5 (coloco los 5 en el final), pero si no hubiera regalado 8, tendría 8 más, entonces, éstas son las que regaló (coloco las 8 en cambio -) entonces para saber cuántas tenía al inicio, junto en ese casillero (inicio) el final más el cambio, con lo obtengo 13 como cantidad inicial. Por deducción, la expresión simbólica que le corresponde es la suma $5 + 8 = 13$. La fórmula de resolución para problemas de cambio 6 es:

CAMBIO 6 \Rightarrow **Final + Cambio**

ORIENTACIONES PARA EL TRABAJO DE LOS NIÑOS CON EL MATERIAL

Los niños para quienes se destina este material, aprenden manipulando, fijan aprendizajes a partir de lo que tocan, de lo que movilizan, lo que trasladan; lo ideal es que cada niño pueda contar con sus cajas. Para el caso en que no se cuente con ellas, aunque sea confeccionadas de material reciclable, anexamos a este instructivo una fichas fotocopiables que harán posible que cada niño pueda trabajar manipulando su propio material concreto sea éste no estructurado (semillas, tapas, etc.) o estructurado como el base 10 o regletas, en el modelo de las cajitas LIRO. También recomendamos confeccionar los modelos o esquemas en tamaño A1 (papelote) y plastificarlos, tal como se ve en las imágenes, esto es de gran ayuda para trabajar el soporte gráfico.

Esperamos que este material didáctico sea de utilidad a todos los maestros en su esfuerzo por desarrollar competencias matemáticas en sus niños.

Finalmente quiero agradecer a tod@s l@s maestr@s que me brindaron sus aportes y a quienes recibieron tan generosamente esta contribución; a quienes colaboraron en la elaboración de este libro, a mi familia, Hugo, Fátima y Pierina, a mis chicos del Colegio Salesiano Don Bosco del Callao, a mis queridos amigos del PELA-CALLAO, quienes “bautizaron” a las cajitas como “LIRO”, al equipo de SOPORTE PEDAGÓGICO del MINEDU y a los especialistas y acompañantes de la UGEL 03 de Lima Metropolitana.

**Consultorías y Capacitaciones
Distribución de libros y Cajitas LIRO
RPC 997 045 694
Derechos Reservados**

MG. LILY ROSAS TAVARES.
liliosas24@hotmail.com
RPC 995 168 666